



**PGE • PGO**

PRÉPARATION AUX GRANDES ÉCOLES  
PRÉPARATION AU GRAND ORAL

---

**SUJET OFFICIEL**

---

**ANNALES BAC  
MATHÉMATIQUES  
2022**

237 Rue du Faubourg Saint-Honoré, 75008 Paris

☎ 0187660050 | ✉ [contact@pge-pgo.fr](mailto:contact@pge-pgo.fr) | 🔍 [pge-pgo.fr](https://pge-pgo.fr)

---

**↻ Baccalauréat Nouvelle-Calédonie 27 octobre 2022 Jour 2 ↻**  
**ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

**Le candidat traite 4 exercices : les exercices 1, 2 et 3 communs à tous les candidats et un seul des deux exercices A ou B.**

**EXERCICE 1**

**7 points**

**Principaux domaines abordés :** Probabilités

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

- les tirs à deux points.  
Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- les tirs à trois points.  
Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

**1. Stéphanie réalise un tir.**

On considère les événements suivants :

$D$  : « Il s'agit d'un tir à deux points ».

$R$  : « le tir est réussi ».

- a.** Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
- b.** Calculer la probabilité  $p(\overline{D} \cap R)$ .
- c.** Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
- d.** Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.

**2. Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.**

On note  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

- a.** Justifier que  $X$  suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
- b.** Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- c.** Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
- d.** Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3. Soit  $n$  un entier naturel non nul.

Stéphanie souhaite réaliser une série de  $n$  tirs à trois points.

On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

Déterminer la valeur minimale de  $n$  pour que la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les  $n$  tirs soit supérieure ou égale à 0,99.

## EXERCICE 2

7 points

**Principaux domaines abordés :** fonctions, fonction logarithme.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x \ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction  $f$  est deux fois dérivable sur  $]0; +\infty[$ .

On note  $f'$  sa dérivée,  $f''$  sa dérivée seconde et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère.

1.
  - a. Démontrer que, pour tout  $x$  appartenant à  $]0; +\infty[$ , on a  $f'(x) = \ln(x)$ .
  - b. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $x=e$ .
  - c. Justifier que la fonction  $f$  est convexe sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
  - d. En déduire la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_f$  et de la tangente  $T$ .
2.
  - a. Calculer la limite de la fonction  $f$  en 0.
  - b. Démontrer que la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  est égale à  $+\infty$ .
3. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
4.
  - a. Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution dans l'intervalle  $]0; +\infty[$ . On note  $\alpha$  cette solution.
  - b. Justifier que le réel  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $]4,3; 4,4[$ .
  - c. En déduire le signe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
5. On considère la fonction seuil suivante écrite dans le langage Python :  
On rappelle que la fonction `log` du module `math` (que l'on suppose importé) désigne la fonction logarithme népérien `ln`.

```
def seuil(pas) :
    x=4.3
    while x*log(x) - x - 2 < 0:
        x=x+pas
    return x
```

Quelle est la valeur renvoyée à l'appel de la fonction `seuil(0.01)` ?

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**EXERCICE 3****7 points****Principaux domaines abordés :** géométrie dans l'espace

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide EFGHS.

On a  $DC = 6$ ,  $DA = DH = 4$ .

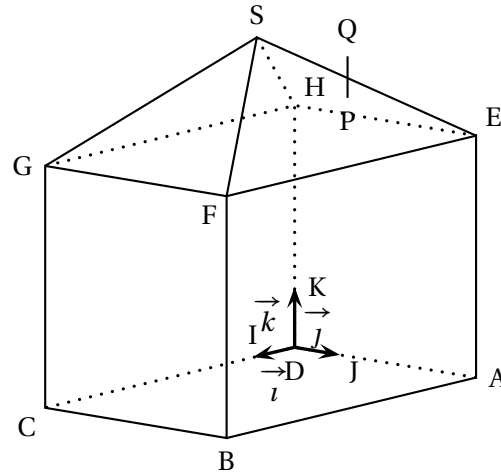
Soit les points I, J et K tels que

$$\vec{DI} = \frac{1}{6}\vec{DC}, \quad \vec{DJ} = \frac{1}{4}\vec{DA}, \quad \vec{DK} = \frac{1}{4}\vec{DH}.$$

On note  $\vec{i} = \vec{DI}$ ,  $\vec{j} = \vec{DJ}$ ,  $\vec{k} = \vec{DK}$ .

On se place dans le repère orthonormé  $(D; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On admet que le point S a pour coordonnées  $(3; 2; 6)$ .



1. Donner, sans justifier, les coordonnées des points B, E, F et G.
2. Démontrer que le volume de la pyramide EFGHS représente le septième du volume total de la maison.

On rappelle que le volume  $V$  d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

3. a. Démontrer que le vecteur  $\vec{n}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  est normal au plan (EFS).  
b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EFS) est  $y + z - 8 = 0$ .
4. On installe une antenne sur le toit, représentée par le segment [PQ]. On dispose des données suivantes :
  - le point P appartient au plan (EFS);
  - le point Q a pour coordonnées  $(2; 3; 5,5)$ ;
  - la droite (PQ) est dirigée par le vecteur  $\vec{k}$ .
 a. Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est :

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5,5 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- b. En déduire les coordonnées du point P.
- c. En déduire la longueur PQ de l'antenne.
5. Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite  $\Delta$  dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4 + 6s \\ y = 7 - 4s \\ z = 2 + 4s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Déterminer la position relative des droites (PQ) et  $\Delta$ .

L'oiseau va-t-il percuter l'antenne représentée par le segment [PQ]?

**EXERCICE 4****7 points**

**Principaux domaines abordés :** suites, fonctions, primitives

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.*

*Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.*

*Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.*

*Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.*

*Aucune justification n'est demandée.*

1. On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

On peut affirmer que :

- a. la suite  $(u_n)$  diverge vers  $+\infty$ .                      b. la suite  $(u_n)$  diverge vers  $-\infty$ .  
c. la suite  $(u_n)$  n'a pas de limite.                      d. la suite  $(u_n)$  converge.

◆◆◆

Dans les questions 2 et 3, on considère deux suites  $(v_n)$  et  $(w_n)$  vérifiant la relation :

$$w_n = e^{-2v_n} + 2.$$

2. Soit  $a$  un nombre réel strictement positif. On a  $v_0 = \ln(a)$ .

- a.  $w_0 = \frac{1}{a^2} + 2$     b.  $w_0 = \frac{1}{a^2 + 2}$   
c.  $w_0 = -2a + 2$     d.  $w_0 = \frac{1}{-2a} + 2$

3. On sait que la suite  $(v_n)$  est croissante. On peut affirmer que la suite  $(w_n)$  est :

- a. décroissante et majorée par 3.                      b. décroissante et minorée par 2.  
c. croissante et majorée par 3.                      d. croissante et minorée par 2.

4. On considère la suite  $(a_n)$  ainsi définie :

$$a_0 = 2 \text{ et, pour tout entier naturel } n, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{8}{3}.$$

Pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$\mathbf{a.} \quad a_n = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - 2$$

$$\mathbf{c.} \quad a_n = 4 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\mathbf{b.} \quad a_n = -\frac{2}{3^n} + 4$$

$$\mathbf{d.} \quad a_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{8n}{3}$$

5. On considère une suite  $(b_n)$  telle que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$b_{n+1} = b_n + \ln\left(\frac{2}{(b_n)^2 + 3}\right).$$

On peut affirmer que :

**a.** la suite  $(b_n)$  est croissante.

**b.** la suite  $(b_n)$  est décroissante.

**c.** la suite  $(b_n)$  n'est pas monotone.

**d.** le sens de variation de la suite  $(b_n)$  dépend de  $b_0$ .

6. On considère la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = \frac{e^x}{x}.$$

On note  $\mathcal{C}_g$  la courbe représentative de la fonction  $g$  dans un repère orthogonal.

La courbe  $\mathcal{C}_g$  admet :

**a.** une asymptote verticale et une asymptote horizontale.

**b.** une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.

**c.** aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.

**d.** aucune asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.

7. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = xe^{x^2+1}.$$

Soit  $F$  une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$ . Pour tout réel  $x$ , on a :

$$\mathbf{a.} \quad F(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2+1}$$

$$\mathbf{b.} \quad F(x) = (1 + 2x^2)e^{x^2+1}$$

$$\mathbf{c.} \quad F(x) = e^{x^2+1}$$

$$\mathbf{d.} \quad F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1}$$