



PGE • PGO

PRÉPARATION AUX GRANDES ÉCOLES
PRÉPARATION AU GRAND ORAL

SUJET OFFICIEL

ANNALES CONCOURS ADVANCE
MATHÉMATIQUES

237 Rue du Faubourg Saint-Honoré, 75008 Paris

☎ 0187660050 | ✉ contact@pge-pgo.fr | 🌐 pge-pgo.fr

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Durée 1h 30

Questions Obligatoires

1.] A l'auberge "l'hirondelle heureuse", le prix de la fricassée de moustiques coûte 2 becos en 2012. En 2013 le prix de la fricassée a baissé de 30 %, puis a augmenté de 50 % l'année suivante. Depuis 2010, tout client ayant une carte de fidélité a une réduction de 10 % sur la fricassée et tout client ayant une carte bonus a une fricassée gratuite pour 10 achetées.

Alors :

- (A) En 2013, la fricassée coûte 0,60 becos
- (B) Entre 2012 et 2014, le prix de la fricassée a augmenté de 20 %
- (C) Un client ayant une carte de fidélité depuis 2010 paye sa fricassée en 2014 au même prix qu'en 2012
- (D) En 2014, la fricassée coûte 2,10 becos
- (E) En 2014, il est financièrement plus intéressant d'avoir une carte bonus qu'une carte de fidélité lorsque l'on achète 11 fricassées par an

2.]

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x} = 0$
- (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = 1$
- (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$
- (E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1+x)} = 1$

3.] Soit f une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$		4	-1	5

Diagramme de variation : une flèche pointe de $-\infty$ vers 4 (à $x=0$), une autre pointe de 4 vers -1 (à $x=2$), et une troisième pointe de -1 vers 5 (à $+\infty$).

- (A) $f(4) = 0$
- (B) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 5$
- (C) L'équation $f(x) = 0$ admet exactement 2 solutions
- (D) L'équation $f(x) = 4$ admet exactement 2 solutions
- (E) Les données ne permettent pas de connaître le signe de $f(1)f(3)$

4.] Soit f la fonction définie sur $] -3, 3[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{3+x}\right)$.

Alors :

- (A) $f(0) = 0$
- (B) Pour tout $x \in] -3, 3[$, $f(-x) = -f(x)$
- (C) Pour tout $x \in] -3, 3[$, $f'(x) = \frac{1}{3-x} - \frac{1}{3+x}$
- (D) f est croissante sur $]0, 3[$
- (E) f est décroissante sur $] -3, 0[$

5.] Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{-2x}$.

Alors :

- (A) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) + 2f(x) = e^{-2x}$
- (B) $\int_0^1 -2e^{-2x} dx = e^{-2} - 1$
- (C) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \left[f(0) - f(1) + \int_0^1 e^{-2x} dx \right]$
- (D) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1 - 2e^{-2}}{2}$
- (E) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx$

6.] Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 1$ et de premier terme $u_1 = 2$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum_{k=1}^n u_k$.

Alors :

- (A) $u_{16} = q^{10} u_6$
- (B) $u_5 u_7 = u_3 u_9$
- (C) Si $q = 2$ alors $S_3 = 14$
- (D) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, S_n est un entier naturel pair
- (E) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_{2n} = (1 + q^n) S_n$

Questions à choisir (6 questions à choisir parmi les suivantes)

7.] Soit $m \in \mathbb{R}$ et f_m la fonction définie sur \mathbb{R} par $f_m(x) = x^2 + 2mx + 9$

- (A) $f_5(x) = (x+1)(x+9)$
- (B) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, la courbe de f_m passe par le point $I(0;9)$
- (C) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_m(x) \geq 0$
- (D) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, l'équation $f'_m(x) = 0$ admet une seule solution
- (E) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_{m+1}(x) \geq f_m(x)$

8.] Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} , de valeur moyenne 4 sur $[-2, 2]$

Alors on peut affirmer que :

- (A) $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2$
- (B) Pour tout $x \in [-2, 2]$, $f(x) \geq 0$
- (C) f n'est pas une fonction impaire
- (D) Il existe $a \in [-2, 2]$, $f(a) = 4$
- (E) La valeur moyenne de f^2 ($f^2 : x \mapsto f(x)^2$) sur $[-2, 2]$ est 16

9.] Soit f la fonction définie sur $[-1,1]$ par $f(x) = x^3 - 3x + 2$

Alors :

- (A) f est croissante sur $[-1,1]$
- (B) Pour tout $x \in [-1,1]$, $f(x) \geq 0$
- (C) Pour tout $a \in [0,4]$, l'équation $f(x) = a$ admet une unique solution sur $[-1,1]$
- (D) Pour tout $x \in [-1,1]$, si $f(x) \leq 2$ alors $x \leq 0$
- (E) Pour tout $x \in [-1,1]$, si $x \geq -\frac{1}{2}$ alors $f(x) \leq \frac{27}{8}$

10.] On appelle octet une liste de 8 éléments pris dans l'ensemble $\{0,1\}$

(exemple d'octet : 00110011)

Alors il y a :

- (A) $\binom{4}{2}$ octets se terminant par 1000
- (B) 2^5 octets se terminant par 100
- (C) $\binom{5}{2}$ octets commençant par 100
- (D) $(5!)(2^5)$ octets contenant 100 (remarque : 10101111 ne contient pas 100)
- (E) $4!$ Octets contenant exactement quatre 0

11.] Dans un jeu, on lance une bille dans un appareil comportant 6 portes de sortie numérotées de 1 à 6. La probabilité que la bille sorte par la porte 2 est $\frac{1}{6}$.

La règle du jeu est : un joueur mise 1€, il reçoit 3€ si la bille sort par la porte 2, sinon il ne reçoit rien.

Yves fait 6 parties successives. X est la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées par Yves.

Alors :

- (A) $P(X = 2) = \frac{1}{3}$
- (B) $P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6$
- (C) La probabilité qu'Yves ne perde pas d'argent est $P(X \geq 2)$
- (D) Yves peut gagner au plus 12€
- (E) La probabilité qu'Yves gagne de l'argent est égale à celle qu'il en perde

12.] Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan P d'équation $x - y + 2z - 4 = 0$ et Δ la droite passant par $I(1; 1; b)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-1; a; 1)$ où a et b sont des réels.

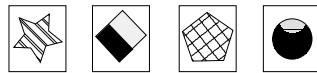
Alors :

- (A) Si $a \neq 1$ alors pour tout $b \in \mathbb{R}$ l'intersection de Δ et P est un point
- (B) Si $b = 2$ alors pour tout $a \in \mathbb{R}$ l'intersection de Δ et P est un point
- (C) Si $b \neq 2$ alors pour tout $a \in \mathbb{R}$ $\Delta \cap P = \emptyset$
- (D) Si $a = 1$ et $b = 2$ alors $\Delta \cap P = \emptyset$
- (E) Si $a = 1$ et $b \neq 2$ alors $\Delta \cap P = \emptyset$

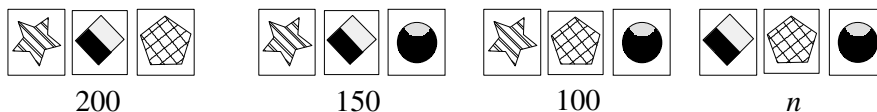
13.] Pour tout nombre complexe z ,

- (A) $|z^2 + 1| \geq |z + 1|$
- (B) $|z + 1| \geq |z - 2|$
- (C) Si $|z + 1| = 2$ alors il existe $\theta \in [0, 2\pi[$, $z = e^{i\theta} + 1$
- (D) S'il existe $\theta \in [0, 2\pi[$, $z = -5e^{i\theta} + 1$ alors $|z| = 4$
- (E) Si $|z| = 2$ alors $|z - 1| = 1$

14.] On dispose de 4 cartes



Chaque carte vaut un nombre entier strictement positif de points. On donne ci-dessous la somme des points des 3 cartes :



Alors :

- (A) Il est impossible que $n = 50$
- (B) $n \geq 150$
- (C) n est un multiple de 3
- (D) Si $n = 210$ alors une des cartes vaut 10 points
- (E) Si $n = 210$ alors une des cartes vaut 30 points

CORRIGE DU SUJET OFFICIEL

DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

1	F	F	F	V	F
2	V	V	V	F	F
3	F	V	F	V	V
4	V	V	F	F	V
5	V	V	V	F	F
6	V	V	V	F	V
7	V	V	F	V	F
8	F	F	V	V	F
9	F	V	V	F	V
10	F	V	F	F	F
11	F	V	V	V	F
12	V	F	F	F	V
13	F	F	F	F	F
14	V	V	V	V	F