



PGE • PGO

PRÉPARATION AUX GRANDES ÉCOLES
PRÉPARATION AU GRAND ORAL

CORRIGÉ OFFICIEL

**ANNALES BAC
PHYSIQUE - CHIMIE
2023**

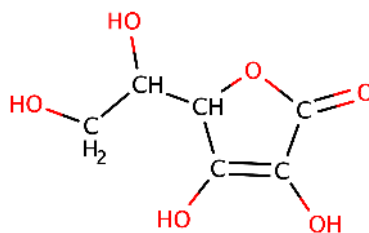
237 Rue du Faubourg Saint-Honoré, 75008 Paris

☎ 0187660050 | ✉ contact@pge-pgo.fr | 🔍 pge-pgo.fr

Exercice 1 — Étude de la vitamine C contenue dans les kiwis

1. Quelques propriétés de l'acide ascorbique

Q1. On donne la formule semi-développée de l'acide ascorbique :



Le groupe A étant un groupe hydroxyle (fonction alcool), et le groupe B un ester.

Q2. On nous donne un spectre IR. On remarque sur ce dernier une large bande caractéristique vers $3200 - 3700 \text{ cm}^{-1}$ associée à la liaison O–H, mais également une forte bande aux alentours de 1700 cm^{-1} associée à la liaison C=O (mais aussi de manière moindre à la liaison double carbone-carbone).

Ce spectre est donc pleinement compatible avec la molécule étudiée.

Q3. On cherche la quantité de matière d'acide ascorbique introduite dans la fiole. On a :

$$\boxed{n_0 = \frac{m_0}{M}} = \frac{1}{176} = 5,7 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On a donc introduit une $n_0 = 5,7 \times 10^{-3} \text{ mol}$ d'acide ascorbique.

Q4. Un acide faible est une espèce susceptible de donner un ou plusieurs protons (définition d'un acide de Brønsted), mais comportant une réactivité moindre (thermodynamiquement non favorisée).

Expérimentalement, un acide faible introduit dans l'eau ne réagira pas entièrement pour former sa base conjuguée.

Q5. On cherche à montrer que l'acide ascorbique est un acide faible. Pour cela, une méthode consiste à calculer la concentration en ions oxonium dans la solution à l'équilibre pour montrer que tout l'acide n'a pas réagi.

L'eau utilisée étant distillée (pH neutre), on néglige les ions oxonium présents initialement, et considère que la quantité finale est uniquement celle produite par réaction de l'acide sur l'eau.

On sait, par définition :

$$\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+])$$

D'où, à l'équilibre :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2,6} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Or, la concentration initiale d'acide ascorbique est :

$$C_0 = \frac{n_0}{V} = \frac{5,7 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}} = 1,14 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On remarque donc que $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6] \ll C_0$. L'acide n'a donc que très peu réagi, il est par conséquent faible dans l'eau.

Q6. Par définition, la constante d'acidité est la constante d'équilibre de la réaction d'un acide sur l'eau. On a donc :

$$K_A = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]c^o}$$

Et comme $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_6^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$, il vient :

$$K_A = \frac{(2,5 \times 10^{-3})^2}{1,14 \times 10^{-1} - 2,5 \times 10^{-3}} = 5,6 \times 10^{-5}$$

Et finalement, on a bien :

$$\underline{\underline{\text{pKa} = -\log(K_A) = 4,2}}$$

2. Acide ascorbique dans un kiwi jaune

Q7. Dans la jus de kiwi, on a $\text{pH} < \text{pKa}$. L'espèce majoritaire sera donc l'acide ascorbique.

Q8. À l'équivalence du titrage de l'étape 2, on a :

$$\frac{n_2}{2} = \frac{n_1}{1} \implies n_1 = \frac{C_2 V_2}{2}$$

D'où,

$$n_1 = \frac{5,00 \times 10^{-2} \times 16,5 \times 10^{-3}}{2} = 4,13 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Q9. Comme tout le diiode restant à l'issue l'étape 1 a été dosé, on peut écrire que la quantité de matière d'acide ascorbique dans le jus de kiwi est :

$$n_k = n_{\text{I}_2, \text{conso}} = n_{\text{I}_2, i} - n_1 = 1,7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Ou, en concentration dans la solution préparée :

$$C_k = \frac{n_k}{V} = \frac{n_{\text{I}_2, \text{conso}}}{V}$$

Et finalement, dans la solution S initiale :

$$n_S = C_k V_S = \frac{n_{\text{I}_2, \text{conso}} V_S}{V} \implies m_S = \frac{n_{\text{I}_2, \text{conso}} V_S M}{V}$$

D'où,

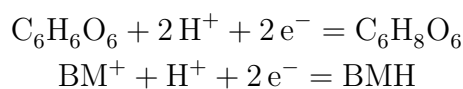
$$m_S = \frac{1,7 \times 10^{-4} \times 250 \times 176}{50} = 0,15 \text{ g}$$

On remarque donc qu'un seul kiwi jaune suffit à atteindre l'apport minimum recommandé.

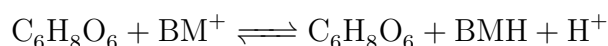
Q10. Comme $V_2' > V_2$, cela signifie qu'il restait davantage de diiode après la réaction avec l'acide ascorbique contenu dans le kiwi vert. Le kiwi vert est donc moins acide que le kiwi jaune.

3. Oxydation de l'acide ascorbique par le bleu de méthylène

Q11. On commence par écrire les demi-équations électroniques :



Chaque couple mettant en jeu le même nombre d'électrons, l'équation de réaction vient naturellement :



Q12. Par définition, la vitesse volumique de disparition de l'acide ascorbique est donnée, à une température T constante, par :

$$v_{d,ASC}(t) = -\frac{dC_{ASC}}{dt}$$

En particulier, à $T = 28^\circ\text{C}$, on lit graphiquement

$$v_{d,ASC}(t = 0) = +\frac{1,10 \times 10^{-4}}{0,18} = \underline{6,11 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q13. On remarque premièrement, en observant les courbes tracées, que la température est un facteur cinétique : la vitesse de réaction augmente si la température augmente.

Un second facteur cinétique qu'il est possible de deviner en observant les courbes, est la concentration initiale en réactif : plus elle est importante, plus la réaction sera initialement rapide.

Exercice 2 — Protection des crapauds

Q1. On cherche à établir l'expression du vecteur accélération du centre de masse du crapaud. Pour cela, on applique la loi de quantité de mouvement au crapaud assimilé à son centre de masse G , de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements étant négligés, la seule force s'appliquant sur le crapaud est son poids. Il vient alors :

$$m\vec{g} = m\vec{a}_G \implies \vec{a}_G = -g\vec{u}_z$$

On projette alors sur les axes du repère, et il vient finalement :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \quad (1)$$

Q2. Maintenant l'expression de l'accélération établie, on intègre (1) en temps pour obtenir l'expression de la vitesse :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_z(t) = -gt + v_{0z} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \quad (2)$$

Q3. La position initiale étant $(0, 0)$, l'intégration temporelle de (2) permet finalement d'obtenir la position :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases} \quad (3)$$

Q4. Le saut du crapaud est considéré terminé lorsque sa hauteur s'annule pour $t > 0$. On résout donc :

$$z(t) = 0 \iff -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t = 0 \iff t \left(-\frac{1}{2}gt + v_0 \sin(\alpha) \right) = 0$$

Or, on sait qu'on travaille à $t > 0$. D'où :

$$z(t) = 0 \iff -\frac{1}{2}gt + v_0 \sin(\alpha) = 0$$

$$\iff t = t_{\text{saut}} = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g} \quad (4)$$

Q5. On cherche à exprimer la vitesse initiale nécessaire en fonction de la longueur souhaitée pour le saut.

Si le saut fait la longueur d , alors

$$x(t_{\text{saut}}) = v_0 \cos(\alpha) t_{\text{saut}} = d \implies t_{\text{saut}} = \frac{d}{v_0 \cos(\alpha)}$$

Et en injectant dans (4) :

$$t_{\text{saut}} = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g} = \frac{d}{v_0 \cos(\alpha)} \implies \frac{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}{gd} = \frac{1}{v_0^2}$$

Et finalement :

$$v_0^2 = \frac{gd}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)} \implies v_0 = \sqrt{\frac{gd}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}}$$

Q6. Pour un crapaud faisant partie des plus puissants, on a :

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,81 \times 20 \times 10 \times 10^{-2}}{2 \times \sin(45) \cos(45)}} = \underline{4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q7. Pour $\alpha = 90^\circ$, on a $\sin(\alpha) = 1$ et $\cos(\alpha) = 0$. On a donc :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

Fonction de degré 2 admettant un maximum¹ en $t_M = \frac{v_0}{g}$. Et ce maximum vaut :

$$\begin{aligned} z_{\text{max}} = z(t = t_M) &= -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \times \frac{v_0}{g} \\ &= -\frac{1}{2}g \times \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{v_0^2}{g} \\ &= -\frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{g} \end{aligned}$$

D'où, on a bien :

$$z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Q8. Et à une vitesse initiale calculée précédemment pour un crapaud parmi les plus puissants, on calcule :

$$H_{\text{champion}} = \frac{4,4^2}{2 \times 9,81} = \underline{0,99 \text{ m} = 99 \text{ cm}}$$

Q9. La barrière est en réalité de hauteur inférieure à cette valeur, pour deux raisons principales : premièrement, l'étude menée néglige les frottements de l'air, qui, pour la géométrie d'un crapaud, et les vitesses considérées, auront une légère influence ; et la seconde est que le crapaud le plus puissant, pour atteindre une telle hauteur, réalise un saut vertical, donc ne parcourt aucune distance. Il lui sera donc impossible de franchir la barrière en sautant sur place !

1. cf cours de maths, pour s'en convaincre on dérive et montre que la dérivée s'annule en ce point

Exercice 3 — Modélisation d'un détecteur capacitif d'humidité

1. Modélisation de la charge du condensateur

Q1. La capacité est proportionnelle à la permittivité ε . Ainsi, lorsque l'humidité augmente, ε augmente donc C également.

Q2. On souhaite établir l'équation différentielle décrivant la charge du condensateur. Pour cela, on écrit préalablement :

— La loi d'Ohm aux bornes de la résistance :

$$u_R = Ri \implies i = \frac{u_R}{R} \quad (5)$$

— La loi des mailles dans le circuit en série :

$$E - u_C - u_R = 0 \implies u_R = E - u_C \quad (6)$$

— La relation aux bornes du condensateur :

$$i = C \frac{du_C}{dt} \quad (7)$$

On injecte alors (6) et (7) dans (5) :

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E - u_C}{R} \implies RC \frac{du_C}{dt} = E - u_C \implies RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Et finalement, en posant $\tau = RC$, il vient l'équation différentielle du premier ordre en tension :

$$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E \quad (\mathcal{E})$$

Q3. On considère la fonction $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$. On la dérive en temps :

$$\frac{du_C}{dt}(t) = \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Alors :

$$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E e^{-t/\tau} + E - e^{-t/\tau} = E$$

La fonction proposée est donc bien solution de l'équation différentielle (\mathcal{E}).

De plus, à $t = 0$, $u_C(t = 0) = E(1 - e^0) = E(1 - 1) = 0$ V, ce qui est bien la condition initiale.

La fonction proposée est donc bien la solution à (\mathcal{E}) respectant la condition initiale, elle décrit donc bien l'évolution de la tension lors de la charge du condensateur.

Q4. À $t = \tau$, on a :

$$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-\tau/\tau}) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

On a donc bien, à l'instant $t = \tau$, $u_C(\tau) = 0,63E$.

2. Modélisation de la mesure de la teneur en eau d'un sol argileux

Q5. L'appareil mesure les tensions à une fréquence $f = 52000$ Hz, et admet donc comme période :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{52000} = 19,2 \mu\text{s}$$

Ainsi, les 10 mesures nécessaires, limitant le temps caractéristique du circuit RC, sont prises en $10T = 192 \mu\text{s}$, ce qui implique bien $\tau_{\min} \sim 200 \mu\text{s}$.

Q6. On cherche la teneur minimale en eau que le dispositif est capable de mesurer. Pour cela, on a la capacité :

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \implies \varepsilon = \frac{Cd}{S}$$

Mais on peut également exprimer la capacité en fonction du temps caractéristique :

$$\tau = RC \implies C = \frac{\tau}{R}$$

Alors finalement :

$$\boxed{\varepsilon_{\min} = \frac{\tau d}{RS}}$$

D'où :

$$\varepsilon_{\min} = \frac{192 \times 10^{-6} \times 1,0 \times 10^{-2}}{2,2 \times 10^5 \times 1,0 \times 10^{-1}} = 8,7 \times 10^{-11} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} = 0,8 \times 10^{-10} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

Finalement, à partir de cette valeur minimale, on lit graphiquement :

$$\underline{\%_{\text{H}_2\text{O},\min} = 12 \%}$$

Q7. L'objectif final de cet extrait de programme est la mesure de τ .

Q8. Ainsi, la ligne 5 du programme, étant une condition sur la tension, est la suivante :

while tension < 0.63 * E

Q9. Le microcontrôleur a mesuré $\tau = 0,287$ ms. Or, on a :

$$\varepsilon = \frac{\tau d}{RS}$$

D'où, pour le sol mesuré :

$$\varepsilon = \frac{0,287 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 10^{-2}}{2,2 \times 10^5 \times 1,0 \times 10^{-1}} = 1,3 \times 10^{-10} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

Graphiquement, on lit donc :

$$\underline{\%_{\text{H}_2\text{O}} = 20 \%}$$

Le sol est donc trop faible en humidité pour pouvoir y faire pousser normalement une plante.

* *
*

Proposé par T. PRÉVOST (thomas.prevost@protonmail.com),
pour le site <https://www.sujetdebac.fr/>

Compilé le 25 mars 2023.